

4 Balmerova série vodíku

13. března 2010

Fyzikální praktikum FJFI ČVUT v Praze	
Jméno: Vojtěch Horný	Datum měření: 8.3.2010
Pracovní skupina: 2	Ročník a kroužek: 2. ročník, pondělí 13:30
Spolupracoval Jaroslav Zeman	Hodnocení:

Abstrakt

Cílem tohoto měření bylo seznámit se s goniometrem formou měření čárových spekter rtuťové, vodíkové a sodíkové výbojky. Předtím bylo nutné metodou dělených svazků změřit lámavý úhel hranolu a naměřit a nafitovat disperzní vztah pro materiál, ze kterého byl náš hranol vyroben. K hlavním výsledkům našeho snažení patří změření prvních tří viditelných čár Balmerovy série vodíku, nevyvrácení Rydbergova vztahu a určení Rydbergovy konstanty.

1 Pracovní úkoly

1. V přípravě odvoďte vzorec (8) v případě, že je splněna podmínka úhlu nejmenší deviace.
2. V přípravě vypočtete (i numericky) hodnotu Rydbergovy konstanty (tj. odvoďte vztah (6) ze vztahů (2), (5), (4) a (3).
3. V přípravě odvoďte vzorce (9) a (10).
4. Metodou dělených svazků změřte lámavý úhel hranolu. Měření proved'te 4x.
5. Změřte index lomu hranolu v závislosti na vlnové délce pro čáry rtuťového spektra, nakreslete graf a fitováním nelineární funkcí (7) určete disperzní vztah $n = n(\lambda)$.
6. Změřte spektrum vodíkové výbojky (Balmerovu sérii atomu vodíku) a ověřte platnost vztahu (1).
7. Metodou nejmenších čtverců nebo fitováním spočtete Rydbergovu konstantu pro atomární vodík.
8. Určete charakteristickou disperzi $\frac{dn}{d\lambda}$ v okolí vlnové délky 589 nm (žluté čáry v sodíkovém spektru).
9. Určete rozlišovací schopnost hranolu pro sodíkový dublet a vypočítejte minimální velikost základny hranolu, vyrobeného ze stejného materiálu jako hranol, s kterým měříte, který je ještě schopen rozlišit sodíkový dublet.

1.1 Základní pojmy a vztahy

Při studiu spektrálních čar atomárního vodíku bylo zjištěno, že vlnové délky čtyř čar ležících ve viditelné části spektra mohou být vyjádřeny empirickým vztahem

$$\nu = \frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right), \quad (1)$$

kde ν představuje vlnčet, λ vlnovou délku a R Rydbergovu konstantu. Hodnoty 2 a n značí přechod z n -tého do druhého energetického termu. J -tému termu přísluší energie

$$E_j = \frac{hc}{\lambda} = -\frac{R}{j^2}hc. \quad (2)$$

Aplikujeme Bohrovu kvantovací podmínku a Bohrovův postulát na planetární model atomu. Přitažlivá coulombická síla je v rovnováze se silou odstředivou. Můžeme nakvantovat poloměr dráhy a rychlost elektronu

$$r = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi m_e e^2}, \quad (3)$$

$$v = \frac{e^2}{2n h \epsilon_0}. \quad (4)$$

Celková energie elektronu je určena součtem energie kinetické a potenciální.

$$E = \frac{1}{2} m_e r^2 \omega^2 - \frac{e^2}{4\pi \epsilon r} \quad (5)$$

Nyní tuto energii nakvantujeme podle Bohrova modelu, tj. položíme rovnost mezi vztahem (2) a (5). Za rychlost a poloměr dosadíme ze vztahů (4) a (3). Po několika úpravách je možno vyjádřit Rydbergovu konstantu jako

$$R = \frac{m_e e^4}{8 \epsilon_0^2 h^3 c} \quad (6)$$

Představuje-li ϵ_0 úhel nejmenší deviace a φ lámavý úhel hranolu, můžeme vyjádřit index lomu jako

$$n(\lambda) = n_n + \frac{C}{\lambda - \lambda_n}, \quad (7)$$

Naměřené hodnoty závislosti $n = n(\lambda)$ fitujeme podle aproximujícího vztahu

$$\frac{\sin(\frac{\epsilon_0 + \varphi}{2})}{\sin \frac{\varphi}{2}} = n \quad (8)$$

Derivací vztahu 8 získáváme vztah pro úhlovou disperzi.

$$\frac{d\epsilon_0}{\lambda} = \frac{2 \sin \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}}} \frac{dn}{d\lambda} \quad (9)$$

Rozlišovací schopnost hranolu je určena vztahem

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}. \quad (10)$$

2 Experimentální uspořádání a měřící metody

2.1 Pracovní pomůcky

Goniometr S Go 1.1, štěrbinová, kolimátorový nitkový kříž, hranol, rtuťová, sodíková a vodíková výbojka, návody.

2.2 Pracovní postup

2.2.1 Určení lámavého úhlu φ

Po adjustaci goniometru asistentem jsme do kolimátoru vložili objímku se žárovkou a nitkovým křížem. Určili jsme lámavý úhel a postavili hranol na stůl. V hledáčku dalekohledu jsme našli dvě polohy, kdy vidíme nitkový kříž. Lámavý úhel je roven polovině absolutní hodnoty jejich rozdílů.

Měření jsme opakovali čtyřikrát, pokaždé jsme mírně změnili polohu hranolu.

2.2.2 Měření indexu lomu hranolu pro jednotlivé spektrální čáry

Vyměníme objímku s žárovkou a nitkovým křížem za objímku se štěrbinou a před tuto štěrbinu umístíme zdroj záření, nyní jej bude představovat rtuťová výbojka. Pohledem do dalekohledu nalezneme jednotlivé spektrální čáry. Pro každou z čar určíme specifický index lomu. Otáčíme stolek a hledáme úhel nejmenší deviace ϵ_0 . V dalekohledu pozorujeme, kdy se čára při otočení začne obracet. Zaměříme měřící kříž na toto místo a odečteme úhel. Takto postupujeme pro sedm různých čar.

Poté stůl zrcadlově obrátíme a opět hledáme k jednotlivým čarám úhly nejmenší deviace. Úhel nejmenší deviace ϵ_0 získáme vztahem

$$\epsilon_0 = \frac{|d_2 - d_1|}{2},$$

dosadíme jej do vzorce 8. Tímto vypočítáme index lomu pro jednotlivé vlnové délky. Závislost pak nafitujeme podle vztahu 7.

2.2.3 Balmerova série vodíku

Opět jde o měření úhlů, které je analogické s přechozím úkolem. Vyměnili jsme rtuťovou vývojku za výbojku naplněnou vodními parami a opět hledali pro každou čáru dvojici úhlů, kdy nastává extrém.

3 Experimentální data

3.1 Určení lámavého úhlu φ

Tabulka 1 ukazuje data z měření lámavého úhlu hranolu φ metodou dělených svazků. Bohužel je naše měření zatíženo poměrně velkou chybou.

d_1	d_2	φ
158 °27'02"	278 °11'12"	59 °52'05"
270 °36'09"	150 °53'10"	59 °51'30"
290 °58'37"	171 °14'27"	59 °52'05"
302 °25'32"	182 °42'49"	59 °51'22"
282 °00'31"	162 °16'08"	59 °52'12"
φ		59 °51'51" \pm 23"

Tabulka 1: Určování lámavého úhlu φ

3.2 Disperzní vztah

V tabulce 2 jsou uvedeny pro jednotlivé spektrální čáry rtuti příslušné vlnové délky, naměřené úhly, úhel nejmenší deviace a nakonec příslušný index lomu. Závislost $n = n(\lambda)$ je graficky znázorněna v grafu 1. Pro další výpočty jsou důležité hodnoty uvedené v tabulce 3, získané fitováním závislosti $n = n(\lambda)$ podle vztahu 7 pomocí programu Gnuplot.

barva	λ [nm]	d_1	d_2	ϵ_0	n
červená 2	690,75	167 °45'00"	290 °08'02"	61 °11'31"	1,7448
cervená	623,44	166 °59'30"	290 °53'22"	61 °56'56"	1,7513
žlutá 2	579,07	166 °23'18"	291 °33'55"	62 °35'19"	1,7567
zelená	547,07	165 °41'22"	292 °11'52"	63 °15'15"	1,7622
zelenomodrá	491,61	164 °16'37"	293 °36'44"	64 °40'04"	1,7739
modrofialová	435,83	162 °01'08"	295 °52'16"	66 °55'34"	1,7919
fialová	404,66	160 °06'42"	297 °46'24"	68 °49'51"	1,8066

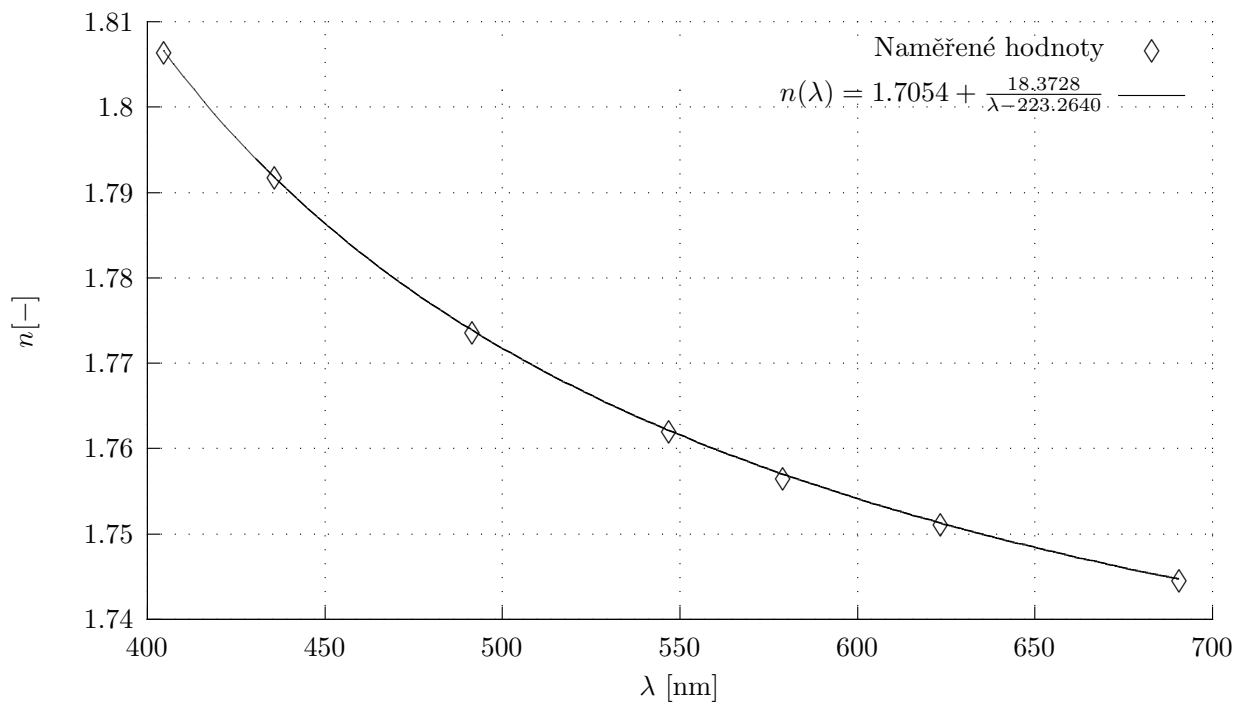
Tabulka 2: Měření disperzního vztahu

n_n	1,70537	$\sigma(n_n)$	0,0009198	$\rho(n_n, C)$	-0,990
C	18,3728	$\sigma(C)$	0,5181	$\rho(C, \lambda_n)$	-0,993
λ_n	223,264	$\sigma(\lambda_n)$	3,649	$\rho(\lambda_n, n_n)$	0,970

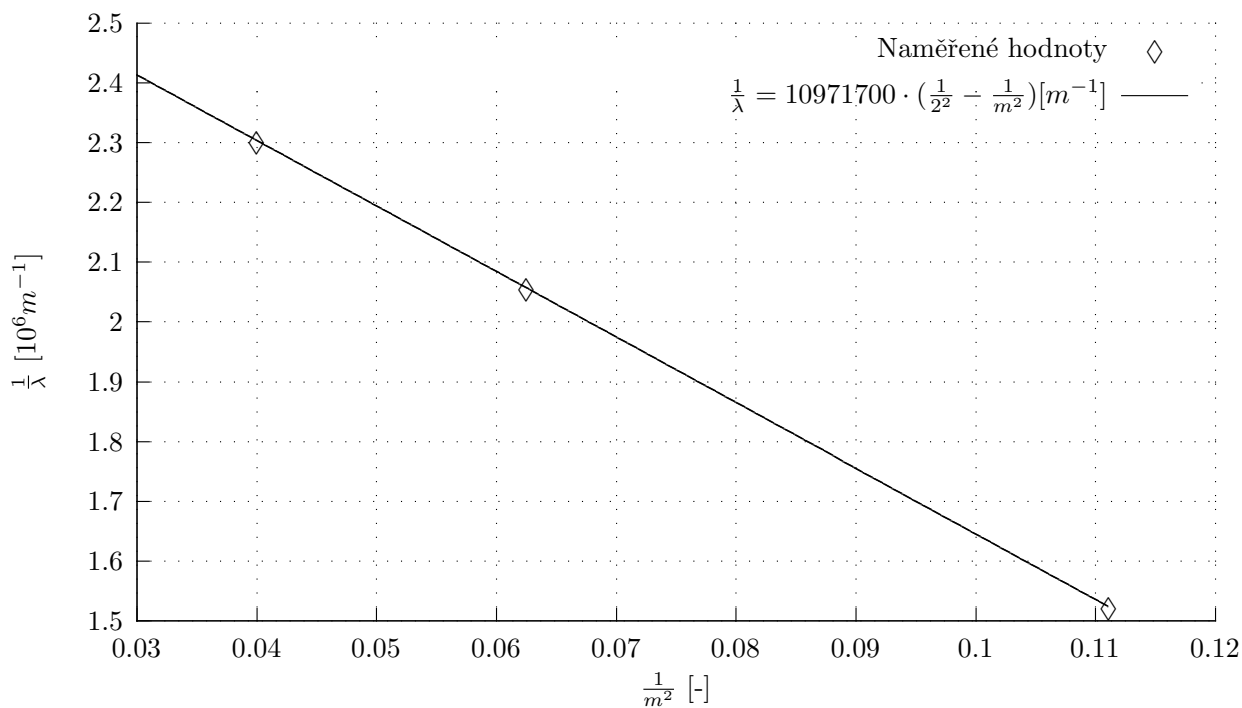
Tabulka 3: Hodnoty parametrů, jejich směrodatné odchylky a koeficienty z korelační matice

3.3 Balmerova série vodíku

Pozorovali jsme všechny čtyři viditelné spektrální čáry vodíku. Vzhledem k poměrně silnému světelnému znečištění jsme nebyli schopni změřit nejkratší fialovou. V tabulce 4 najdete naměřené hodnoty pro jednotlivé čáry. Pro určení Rydbergovy konstanty jsem se rozhodl fitovat linearizovaný vztah 1. I pouze tři hodnoty pomohly poměrně přesně určit Rydbergovu konstantu na $10\,971\,700 \pm 400\, m^{-1}$. Fitovaná závislost i její rovnice je uvedena v grafu 2.



Graf 1: Dispezní křivka



Graf 2: K určení Rydbergovy konstanty

barva	λ_t [nm]	d_1	d_2	ϵ_0	n	λ [nm]	σ [nm]
červená	656,3	290°28'56"	167°23'20"	61°32'48"	1,7478	656	20
modrá	486,1	293°46'46"	164°05'26"	64°50'40"	1,7753	486	8
fialová	434,0	295°57'24"	161°55'28"	67°00'58"	1,7926	434	5

Tabulka 4: Balmerova série vodíku

3.4 Sodíkový dublet

Charakteristickou disperzi $\frac{dn}{d\lambda}$ v okolí vlnové délky 589 nm vypočteme derivováním vztahu 7

$$\frac{dn}{d\lambda}(\lambda) = \frac{-C}{(\lambda - \lambda_n)^2}$$

a dosazením veličin C a λ_n získaným fitem. Platí tedy

$$\frac{dn}{d\lambda}(589) = \frac{-18,46}{(589 - 223)^2} = -0,138 \cdot 10^{-3} \text{nm}^{-1}.$$

Tabulkové hodnoty vlnových délek sodíkového dubletu jsou 588,99 nm a 589,59 nm. Dosazením do vztahu 10 získáváme vztah pro rozlišovací schopnost hranolu

$$R > \frac{589}{0,6} = 952.$$

Abychom spektrální čáry sodíkového dubletu rozlišili hranolem z materiálu, z něhož je ten náš vyroben, musí pro délku jeho základny platit

$$a > \frac{R}{\left| \frac{dn}{d\lambda} \right|} = 7,1 \text{mm},$$

což námi použitý hranol bezpečně splňuje.

Ke konci nám zbyl čas a tak jsme se rozhodli naměřit úhel minimální deviace pro obě spektrální čáry a dále určit jejich vlnové délky. Data z tohoto měření jsou uvedena v tabulce 5.

barva	λ_t [nm]	d_1	d_2	ϵ_0	$n[-]$	λ [nm]	σ [nm]
žlutá vlevo	589,59	166°29'36"	291°24'08"	62°27'16"	1,7555	589	15
žlutá vpravo	588,99	166°29'14"	291°24'00"	62°27'23"	1,7556	589	15

Tabulka 5: Sodíkový dublet

4 Diskuse a závěr

V domácí přípravě jsme odvodili veškeré požadované vztahy. V tomto protokolu je uvedeno zkrácené rámcovité odvození.

Metodou dělených svazků jsme změřili lámavý úhel námi používaného hranolu. Vyšlo nám, že $\varphi = 59^\circ 51' 51'' \pm 23''$. Měření tedy bylo zatíženo poměrně velkou chybou.

Disperzní vztah pro materiál, ze kterého ve vyroben náš hranol, lze fitovat křivkou $n(\lambda) = 1,7 + \frac{18,4}{\lambda - 223}$. Vlnovou délku dosazujeme v nanometrech. Hodnoty konstant a jejich chyby určení naleznete v tabulce 3, graficky je závislost znázorněna v grafu 1.

Proměřili jsme Balmerovu sérii vodíku a zjistili jsme, že vztah 1 by mohl platit. K potvrzení vztahu by bylo třeba provést více měření i pro čáry mimo viditelné spektrum.

Fitováním zlinearované závislosti $\nu = \nu(m)$ jsme určili Rydbergovu konstantu na $10\,971\,700 \pm 400 \text{ m}^{-1}$. Oficiální hodnota Rydbergovy konstanty leží v námi určeném intervalu.

Charakteristická disperze $\frac{dn}{d\lambda}$ v okolí vlnové délky 598 nm činí $-0,138 \cdot 10^{-3} \text{nm}^{-1}$. Rozlišovací schopnost hranolu pro sodíkový dublet je 952. Abychom mohli rozlišit jednotlivé čáry sodíkového dubletu hranolem z materiálu, ze kterého je vyroben náš hranol, je nutné použít hranol o základně alespoň 7,1 mm. Náš hranol měl širší základnu, jednotlivé čáry dubletu byly dobře rozlišitelné.

Reference

- [1] BROŽ, J.: *Základy fyzikálních měření I* SPN, Praha, 1983
- [2] FJFI ČVUT, *Balmerova série* [online], [cit. 8. března 2010], <http://praktika.fjfi.cvut.cz/Balmer/4html.html>
- [3] FJFI ČVUT, *Měření lámavého úhlu hranolu a indexu lomu goniometrem* [online], [cit. 8. března 2010], <http://fyzport.fjfi.cvut.cz/Hardware/Goniometr/goniometr.pdf>
- [4] FJFI ČVUT, *Chyby měření a zpracování naměřených výsledků* [online], [cit. 4. března 2010], <http://praktika.fjfi.cvut.cz/ProvPokyny/chybynav/CHYBY1n.pdf>
- [5] MACHÁČEK M. : *Matematické, fyzikální a chemické tabulky* Prometheus, Praha, 2005, ISBN 80-7196-264-3